Perrinröhre

1.1.1. Fertige eine ausführliche und gegliederte Versuchsbeschreibung an. Dazu gehört ebenfalls eine Schaltskizze, die zu erläutern ist.

1.1.2. Deute den Versuch qualitativ. Erläutere auch, wie das Magnetfeld gerichtet sein muß, welche Bahnkurve die Elektronen durchlaufen und welche Funktion das Elektroskop hat.

1.2.1. Leite eine Beziehung für die spezifische Ladung des Elektrons mit meßbaren Größen her. Überprüfe die Einheiten der Formel.

1.2.2. Folgende Beziehung besteht zwischen der Stromstärke in der Helmholtzspule und der magnetischen Flußdichte:

$B/10^{-4}$ T	6,405	8,54	10,67	12,81	17,08
I/A	0,15	0,2	0,25	0,3	0,4

Erstelle die Eichkurve für die Helmholtzspulen.

1.2.3 Danach wird im quantitativen Versuch mit der Perrin-Röhre folgende Meßreihe erstellt:

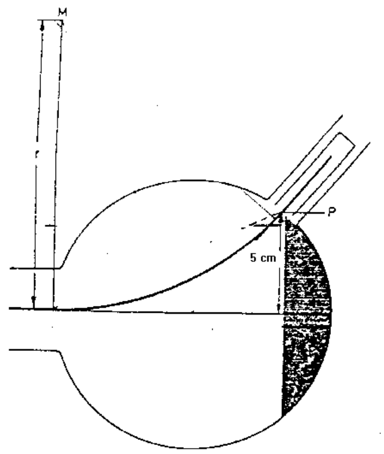
U/V	1500	2500	3500	4500
I/A	0,203	0,263	0,311	0,353

Bestimme die spezifische Ladung des Elektrons aus dieser Messung. Der Bahnradius beträgt 15cm.

1.3.1 Leite eine Beziehung für die Umlaufdauer T des Elektrons her und zeige, daß T von der Geschwindigkeit unabhängig ist.

1.3.2. Berechne die Umlaufdauer T, wenn die angelegte Beschleunigungsspannung 4500 V beträgt.

1.3.2. Berechne die Umlaufdauer T, wenn die angelegte Beschleunigungsspannung 4500 V beträgt.



1.3.3. Wie lange brauchen dann die Elektronen für die Strecke in der Perrin-Röhre?

1.4. Berechne die kinetische Energie der Elektronen, wenn die Beschleunigungsspannung U = 4000 V beträgt.
Berechne die Geschwindigkeit der Elektronen

2. Man läßt die Elektronen - jetzt ohne Magnetfeld - auf ein amorphes Kristall fallen.

2.1. Erläutere die Beobachtungen.

2.2. Unter welchem Winkel beobachtet man das Maximum erster Ordnung, wenn der Netzebenenabstand d = 282pm ist?
(U = 4000V)

2.3. Berechne die Geschwindigkeit der Elektronen relativistisch, wenn die Beschleunigungsspanung U = 4000 kV beträgt.

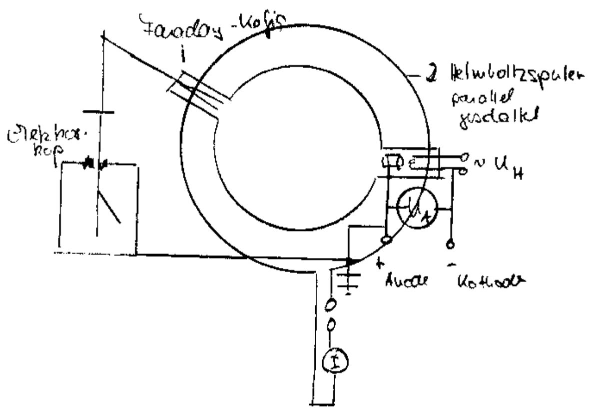
2.4. Berechne die De-Broglie Wellenlänge mit der Formel:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{\frac{e^2U^2}{c^2} + 2em_0U}}$$

2.5. Welche spezifische Ladung e/m erhält man für diese Elektronen?
Erläutere Dein Ergebnis.

LÖSUNG:

1.1.1. Aufbau mit Schaltskizze

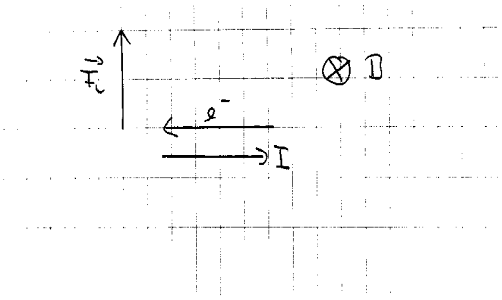


Durch die Heizspannung wird eine Raumladungswolke erzeugt. Von der Hochspannung werden die Elektronen zur Anode beschleunigt. Da diese hohl ist, fliegen die Elektronen durch diese hindurch. Hinter der Anode hat man einen freien Elektronenstrahl.
Die Helmholtzspulen erzeugen ein homogenes Magnetfeld. Das Elektroskop dient zum Nachweis von Ladungen.

Durchführung: Man stellt die Heiz- und die Beschleunigungsspannung an. Für jede Beschleunigungsspannung wählt man einen Spulenstrom - und damit eine bestimmte Flußdichte der Helmholtzspulen - , so daß der Elektronenstrahl in den Faraday-Käfig fällt.

Beobachtung: Nach Einschalten glüht die Kathode, nach Einschalten der Beschleunigungsspannung entsteht ein Leuchtfleck auf dem Schirm, stellt man den Spulenstrom ein, wandert dieser Fleck in den Faradaykäfig und das Elektroskop schlägt aus.

1.1.2. Das Magnetfeld der Helmholtzspulen steht senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen. Diese erfahren daher eine Lorentzkraft, die wie eine Zentripetalkraft wirkt. Die Elektronen werden auf einer Kreisbahn abgelenkt. Es ändert sich die Richtung des Geschwindigkeitsvektors, aber nicht der Betrag.



Das Elektroskop zeigt durch seinen Ausschlag Ladungen an, die vom Faraday-Käfig darauf fließen. Würde man zusätzlich - positive oder negative - Ladungen dazubringen, könnte man aus dem Verhalten des Elektroskops auf die im Versuch aufgebrachte Ladung schließen.

1.2.1.

$$F_L = F_Z$$

$$evB = \frac{mv^2}{r}$$

Dies ist der Kraftansatz. B und r sind meßbar, v nicht. Die Geschwindigkeit v muß mit Hilfe des Energieansatzes eliminiert werden.

$$\frac{1}{2}mv^2 = e$$

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Der Kraftansatz wird nach e/m umgeformt. Diese Beziehung für v wird dann eingesetzt und quadriert.

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{Br}$$

$$\frac{e}{m} = \sqrt{\frac{2\,eU}{m}} \cdot \frac{1}{Br}$$

$$\frac{e^2}{m^2} = \frac{2\,eU}{mB^2 r^2}$$

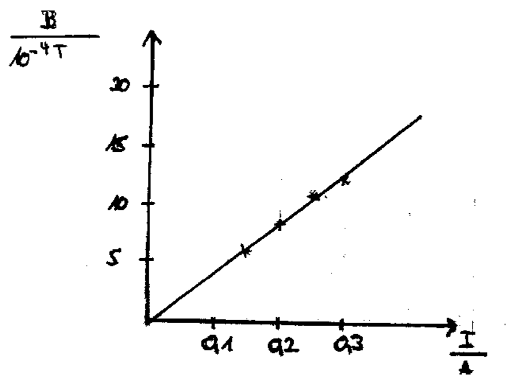
$$\frac{e}{m} = \frac{2\,U}{B^2 r^2}$$

Für die Einheiten folgt:

$$\frac{C}{kg} = \frac{V}{T^2m^2} = \frac{Jm^4}{CV^2m^2s^2} = \frac{Jm^2C^2}{CJ^2s^2} =$$

$$\frac{m^2Cs^2}{kgm^2s^2} = \frac{C}{kg}$$

1.2.2



1.2.3

I/A	$B/10^{-4}$ T	U/V	e/m /C/Kg
0,203	8,706	1500	$1{,}76\cdot 10^{11}$
0,263	11,2	2500	"
0,311	13,29	3500	"
C	15,08	4500	"

1.3.1.

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$eB = \frac{mv}{r}$$

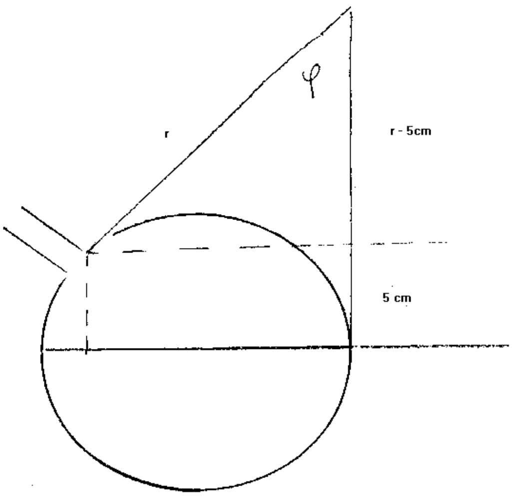
$$T = \frac{2\pi mv}{veB} = \frac{2\pi m}{eB}$$

1.3.2 Aus der Eichkurve folgt, daß bei 4500 Volt die Flußdichte $B = 15{,}08 \cdot 10^{-4}$ T ist.

$$T = \frac{2\pi \cdot 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,kg}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 15{,}8 \cdot 10^{-4}\,T}$$

$$T = 2{,}36 \cdot 10^{-8}\,s$$

1.3.3 Man muß den Winkel φ bestimmen:



$$\cos\rho = \frac{r-a}{r}$$

$$\cos\rho = \frac{15cm - 5cm}{15cm} = 0{,}66$$

$$\rho = 48{,}18°$$

Für 360° brauchen die Elektronen T = 2,36·10^{-8}s, für 48,18°

$$\frac{T}{360°}=\frac{t}{48{,}18°}$$

$$t=\frac{48{,}18°\cdot 2{,}36\cdot 10^{-8}s}{360°}=3{,}17\cdot 10^{-9}s$$

1.4.

$$W_{kin}=W_{el}$$

$$W_{Kin}=eU$$

$$W_{kin}=1{,}6\cdot 10^{-19}C\cdot 4000V=6{,}408\cdot 10^{-16}J$$

Damit folgt für die Geschwindigkeit, für die man in diesem Falle noch klassisch rechnen kann:

$$W_{kin}=\frac{1}{2}mv^2$$

$$v=\sqrt{\frac{2W_{kin}}{m}}$$

$$v=\sqrt{\frac{2\cdot 6{,}04\cdot 10^{-16}J}{9{,}1\cdot 10^{-31}kg}}$$

$$v=3{,}74\cdot 10^{7}\frac{m}{s}$$

2.1. Man beobachtet Beugungsringe mit hellen Maxima und dunklen Minima. Dieses beweist, daß der Dualismus auch für Elektronen gilt und diese folglich auch Wellencharakter haben.

2.2. Es gilt zunächst die Braggsche Reflexionsbedingung:

$$n\lambda = 2d\sin\varphi$$

Die Beziehung für die De-Broglie Wellenlänge lautet:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

$$\frac{h}{mv} = 2d \cdot \sin\rho$$

$$\frac{h}{mv\,2d} = \sin\rho$$

$$\sin\rho = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}\,Js}{9,1 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 3,74 \cdot 10^{7}\,\frac{m}{s} \cdot 2 \cdot 282\,pm}$$

$$\sin\rho = 0,0346$$

$$\rho = 1,98^{0}$$

2.3. Jetzt muß die Geschwindigkeit der Elektronen relativistisch berechnet werden.

$$W_{kin} = W_{el}$$

$$eU = mc^2 - m_o c^2$$

$$eU = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_o c^2$$

$$eU = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right)$$

$$\frac{eU}{m_0 c^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\frac{1}{\frac{eU}{m_0 c^2} + 1} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Der ganze Ausdruck wird quadriert und nach v umgestellt:

$$\left(\frac{1}{\frac{eU}{m_0c^2}+1}\right)^2 = 1-\frac{v^2}{c^2}$$

$$(\ )^2 - 1 = -\frac{v^2}{c^2}$$

$$1-(\ )^2 = \frac{v^2}{c^2}$$

$$v^2 = c^2\left[1-(\ )^2\right]$$

$$v = c\sqrt{1-\left(\frac{1}{\frac{eU}{m_0c^2}+1}\right)^2}$$

Einsetzten der Werte ergibt: v = $2{,}978\cdot 10^8\,\frac{m}{s}$

2.4. $\lambda = \frac{h}{\sqrt{\frac{e^2U^2}{c^2}+2em_0U}} = 2{,}766\cdot 10^{-13}m$

2.5. Man rechnet hier mit dem Impuls:

$$p = \frac{h}{\lambda} = m_{rel}v$$

$$m_{rel} = \frac{h}{2{,}978\cdot 10^8 m/s\cdot 2{,}766\cdot 10^{-13}m} =$$

$$m_{rel} = 8{,}044\cdot 10^{-30}kg$$

$$\frac{e}{m} = 1{,}99\cdot 10^{10}\,\frac{C}{kg}$$

Da die Masse relativistisch zugenommen hat, wird der Quotient e/m kleiner. Die Ladung bleibt konstant.